

Ganzrationale Funktion

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

Aufgaben

1. **Bestimmen** Sie die Nullstellen von f .
2. **Bestimmen** Sie die Extrempunkte und ihre Art.
3. **Bestimmen** Sie den Wendepunkt.
4. **Bestimmen** Sie eine Gleichung der Tangente im Wendepunkt.
5. **Beschreiben** Sie das Verhalten von f für $x \rightarrow \pm\infty$.

[illegible]

Lösungshinweise: Ganzrationale Funktion

1. $f(x) = x(x^2 - 6x + 9) = x(x - 3)^2$. Nullstellen $x = 0$ und $x = 3$ (doppelt, dort berührt der Graph die x -Achse).
2. $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x - 1)(x - 3)$, $f''(x) = 6x - 12$. $f'(1) = 0$ und $f''(1) = -6 < 0$: Hochpunkt $H(1|4)$. $f'(3) = 0$ und $f''(3) = 6 > 0$: Tiefpunkt $T(3|0)$.
3. $f''(x) = 0$ ergibt $x = 2$, $f'''(x) = 6 \neq 0$. $f(2) = 8 - 24 + 18 = 2$, also $W(2|2)$.
4. $f'(2) = 12 - 24 + 9 = -3$. Mit $W(2|2)$: $2 = -3 \cdot 2 + b$, also $b = 8$. Tangente: $y = -3x + 8$.
5. Für $x \rightarrow \infty$ gilt $f(x) \rightarrow \infty$, für $x \rightarrow -\infty$ gilt $f(x) \rightarrow -\infty$ (der Term x^3 bestimmt das Verhalten).