

Lotfußpunkt und Spiegelpunkt

Gegeben ist die Ebene E durch den Punkt $A(2|0|1)$ mit den Spannvektoren $u = (2|-1|0)$ und $v = (0|1|-1)$ sowie der Punkt $P(4|5|3)$.

Aufgaben

1. **Bestimmen** Sie einen Normalenvektor von E und eine Koordinatengleichung von E .
2. **Berechnen** Sie den Abstand von P zu E .
3. **Bestimmen** Sie den Lotfußpunkt F , also den Punkt von E , der P am nächsten liegt.
4. **Bestimmen** Sie den Spiegelpunkt P' von P an der Ebene E .

Lösungshinweise: Lotfußpunkt und Spiegelpunkt

1. $n = u \times v = (1|2|2)$. Mit A: $1 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 4$, also E: $x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4$.
2. $|n| = 3$. Abstand = $|4 + 10 + 6 - 4| / 3 = 16/3 \approx 5,33$.
3. Lotgerade g: $x = (4|5|3) + t \cdot (1|2|2)$ in E einsetzen: $(4 + t) + 2(5 + 2t) + 2(3 + 2t) = 4$ ergibt $20 + 9t = 4$, also $t = -16/9$. $F = (4 - 16/9 | 5 - 32/9 | 3 - 32/9) = (20/9 | 13/9 | -5/9)$. Probe: $20/9 + 26/9 - 10/9 = 36/9 = 4$.
4. P' liegt auf dem Lot doppelt so weit: $t = -32/9$, also $P' = (4 - 32/9 | 5 - 64/9 | 3 - 64/9) = (4/9 | -19/9 | -37/9)$.