

Abstand mit der Hesseschen Normalform

Für eine Ebene $E: n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3 = d$ und einen Punkt P gilt: Abstand = $|n_1p_1 + n_2p_2 + n_3p_3 - d|$ geteilt durch die Länge des Normalenvektors $|n|$.

Aufgaben

1. **Berechnen** Sie den Abstand von $P(3|4|5)$ zur Ebene $E: x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6$.
2. **Berechnen** Sie den Abstand von $P(4|-1|2)$ zur Ebene $E: 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3$.
3. **Berechnen** Sie den Abstand von $P(5|4|3)$ zur Ebene $E: 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 12$.
4. **Berechnen** Sie den Abstand von $P(1|1|1)$ zur Ebene $E: 4x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 0$.
5. **Prüfen** Sie, ob $P(2|2|0)$ in der Ebene $E: x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6$ liegt, und geben Sie den Abstand an.

Lösungshinweise: Abstand mit der Hesseschen Normalform

1. $|n| = \sqrt{1+4+4} = 3$. Abstand = $|3 + 8 + 10 - 6| / 3 = 15/3 = 5$.
2. $|n| = \sqrt{4+1+4} = 3$. Abstand = $|8 + 1 + 4 - 3| / 3 = 10/3 \approx 3,33$.
3. $|n| = \sqrt{4+9+36} = 7$. Abstand = $|10 + 12 + 18 - 12| / 7 = 28/7 = 4$.
4. $|n| = \sqrt{16+16+49} = 9$. Abstand = $|4 + 4 + 7 - 0| / 9 = 15/9 = 5/3 \approx 1,67$.
5. $2 + 4 + 0 = 6$, also liegt P in E. Der Abstand ist 0.